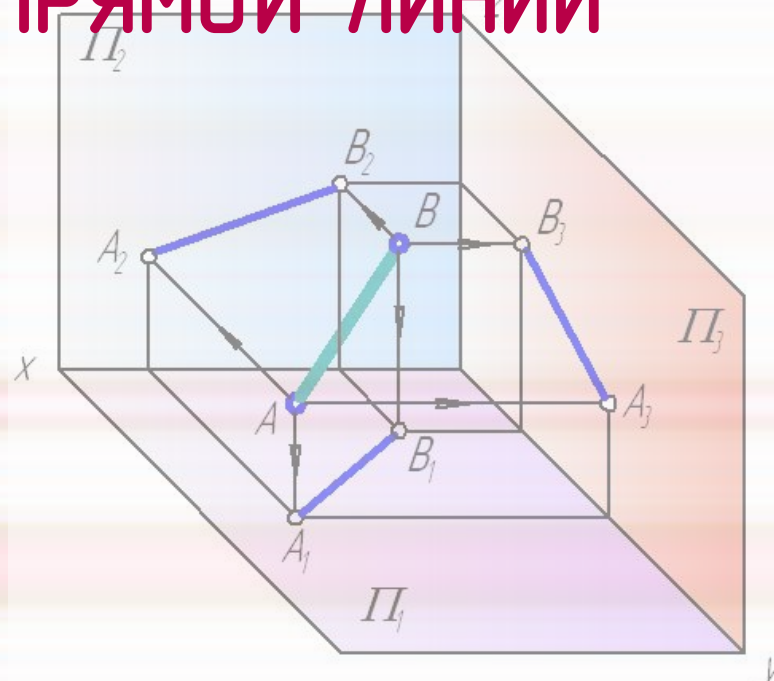
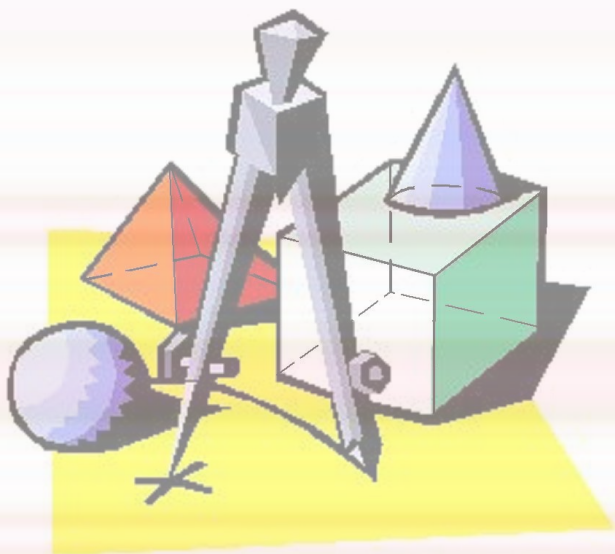


Методические материалы
по курсу «Начертательная геометрия»
для работы со студентами
Института авиатехники (поток №2)

Лекция № 2. ПРОЕКЦИРОВАНИЕ ПРЯМОЙ ЛИНИИ

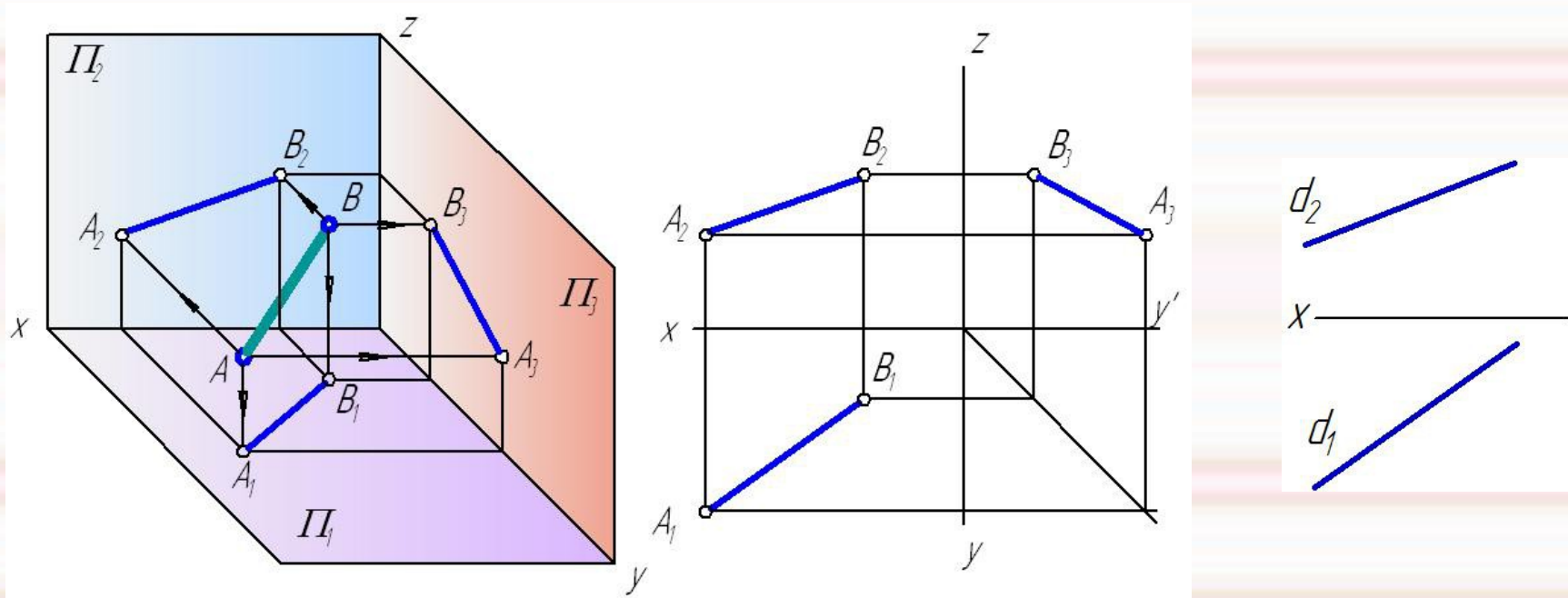


Составитель Н.В. Савченко

Проецирование прямой линии

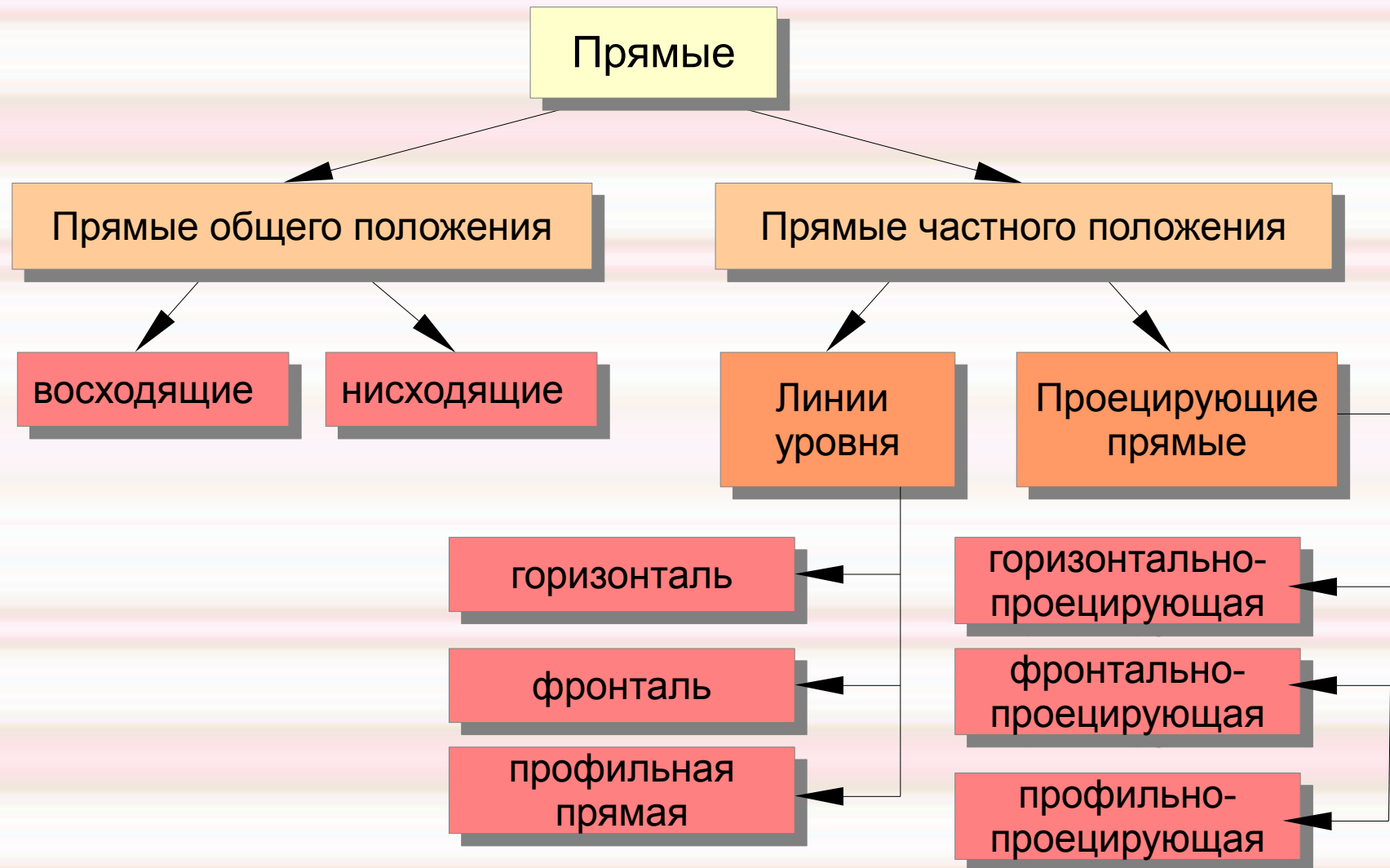
Аксиома: «Через две точки проходит единственная прямая».

Построение проекций прямой линии на комплексном чертеже (КЧ) сводится к построению проекций двух точек ей принадлежащих.



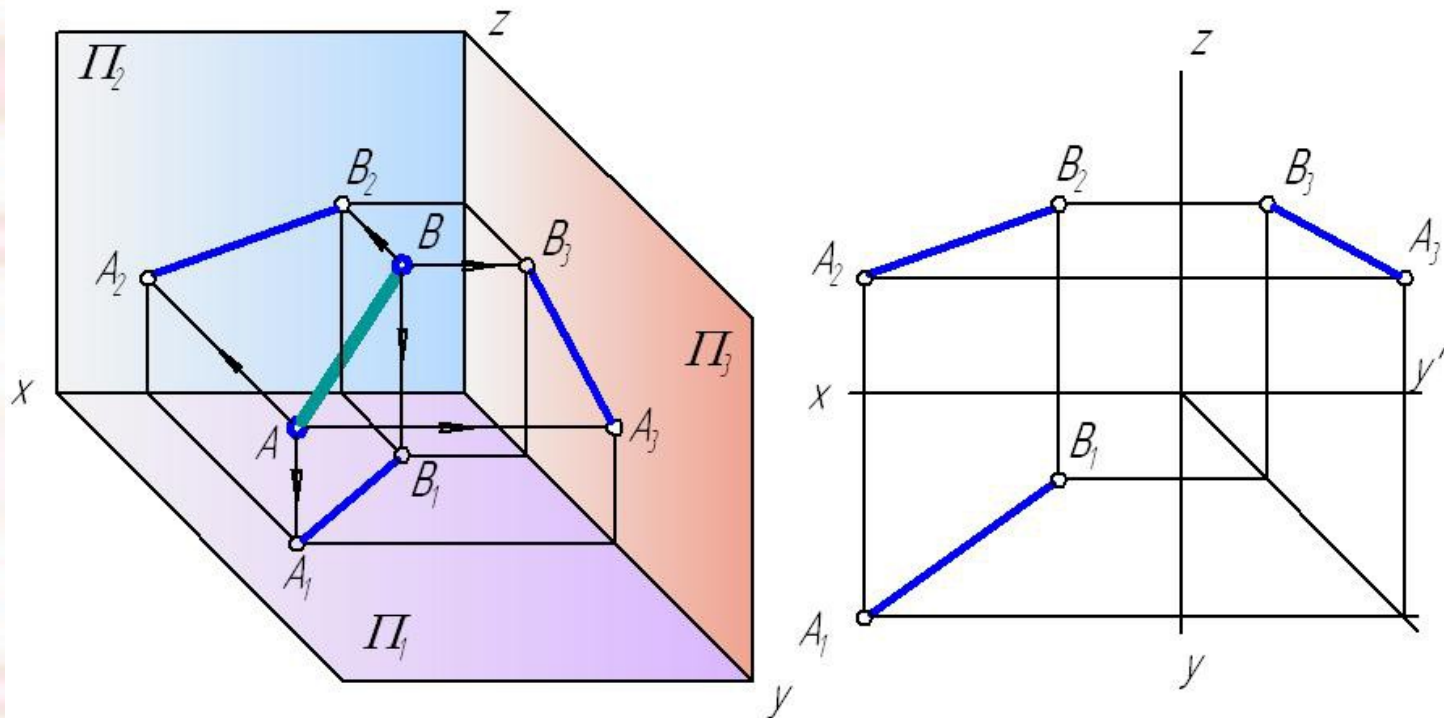
Прямая на КЧ может быть задана проекциями двух точек (отрезком) или непосредственно своими проекциями.

Положение прямой относительно плоскостей проекций



Прямые общего положения

Прямые не параллельные и не перпендикулярные ни одной из плоскостей проекций называются **прямыми общего положения**.

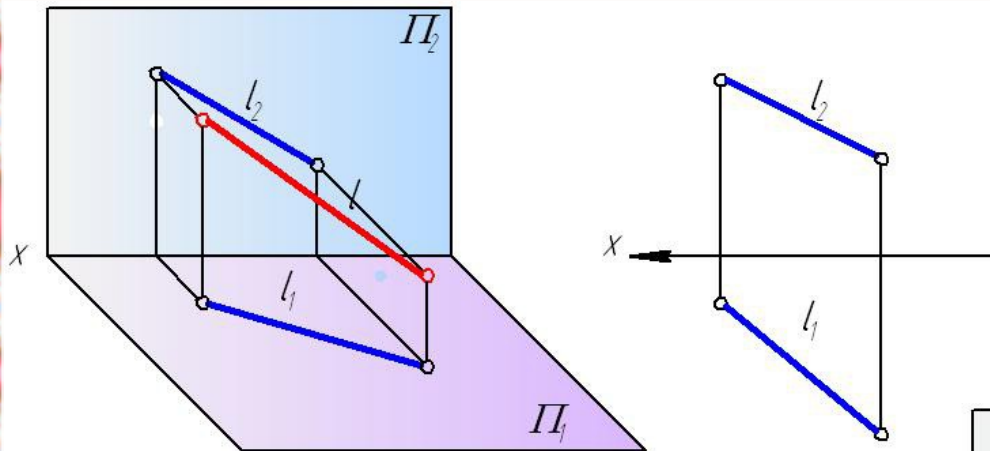


Признаки и свойства прямой общего положения:

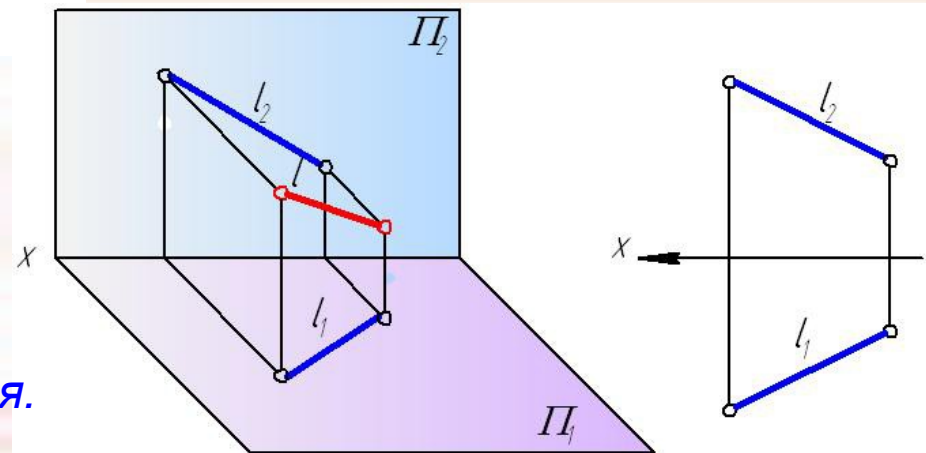
- На КЧ ни одна из проекций прямой общего положения, не параллельна осям проекций (или не перпендикулярна линиям связи).
- Длина отрезка, принадлежащего прямой общего положения проецируется на любую плоскость проекций с искажением.

Восходящие и нисходящие прямые

Прямая называется **восходящей**, если по мере удаления она повышается.



Прямая называется **нисходящей**, если по мере удаления она понижается.

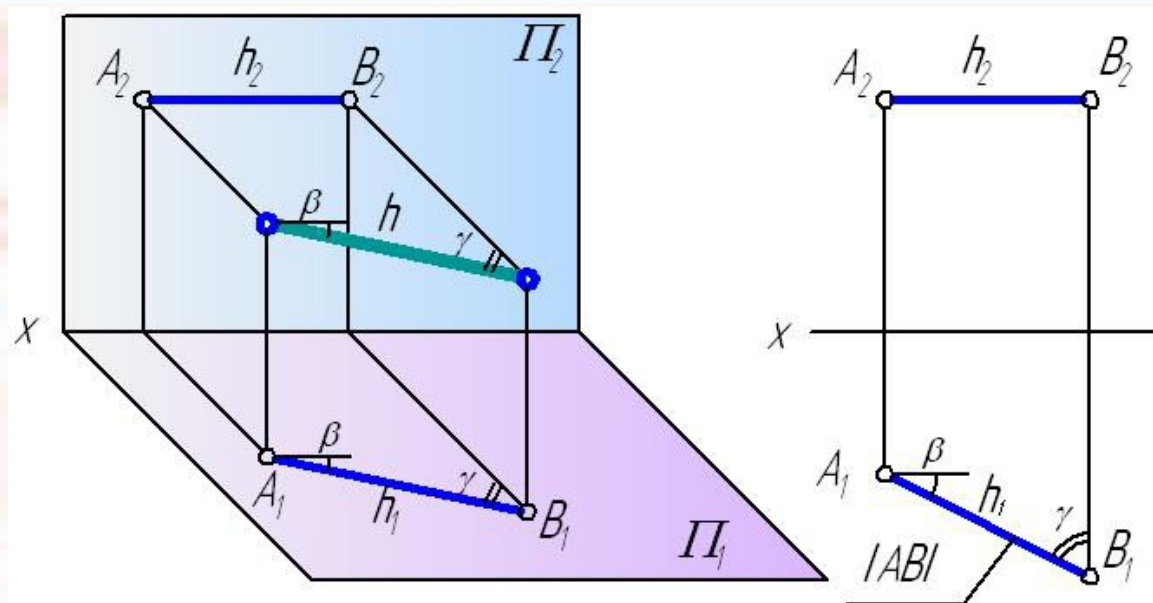


Признак восходящих и нисходящих прямых:

- У восходящей прямой на КЧ горизонтальная и фронтальная проекции имеют уклон в одну сторону относительно оси проекций.
- У нисходящих прямых обе проекции наклонены в разные стороны относительно оси проекций.

Прямые уровня

Прямые, параллельные одной из плоскостей проекций, называются **прямыми уровня**.



Горизонталь (h) – прямая, параллельная горизонтальной плоскости проекций.

$h (AB) \parallel \Pi_1$:

1) $h_2 \parallel Ox$

2) $|A_1B_1| = |AB|$

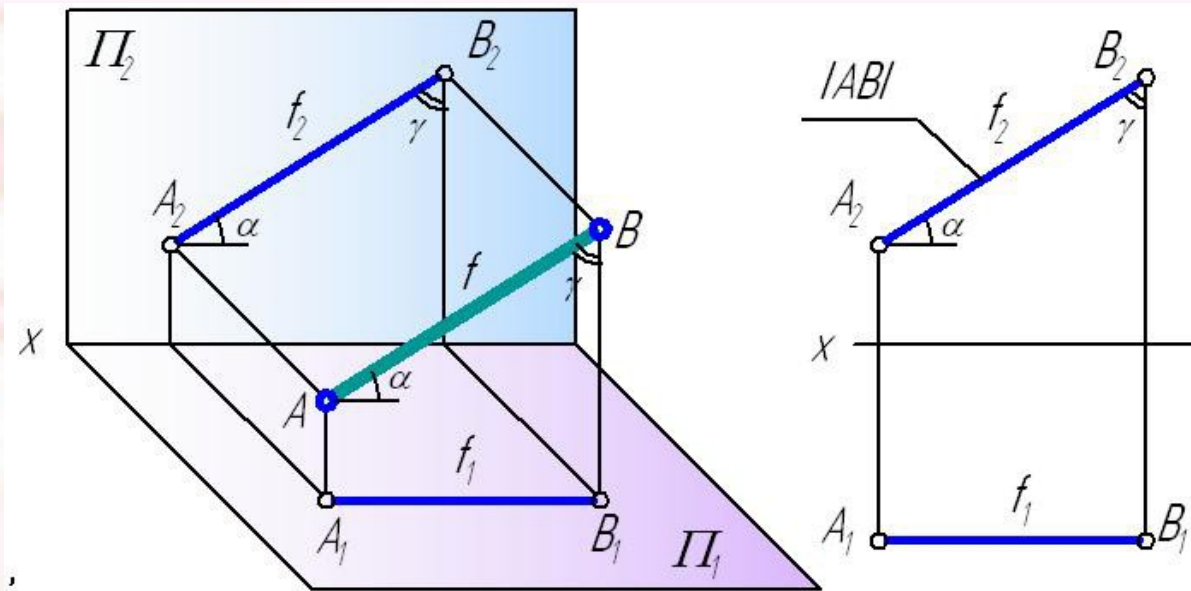
3) $\beta = |h \wedge \Pi_2| = |h_1 \wedge Ox|$

$\gamma = |h \wedge \Pi_3| = |h_1 \wedge Oy|$

Признаки и свойства горизонтали:

- На КЧ фронтальная проекция горизонтали располагается параллельно оси Ox .
- На горизонтальную плоскость проекций без искажения проецируются отрезок, принадлежащий горизонтали ($|A_1B_1| = |AB|$), и углы наклона его к фронтальной и профильной плоскостям проекций.

Фронталь (f) – прямая, параллельная фронтальной плоскости проекций.



$f(AB) \parallel \Pi_2$:

1) $f_1 \parallel OX$

2) $|A_2B_2| = |AB|$

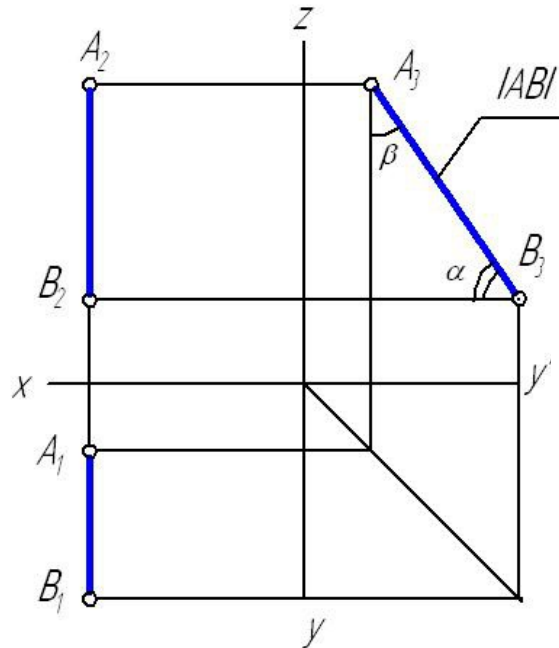
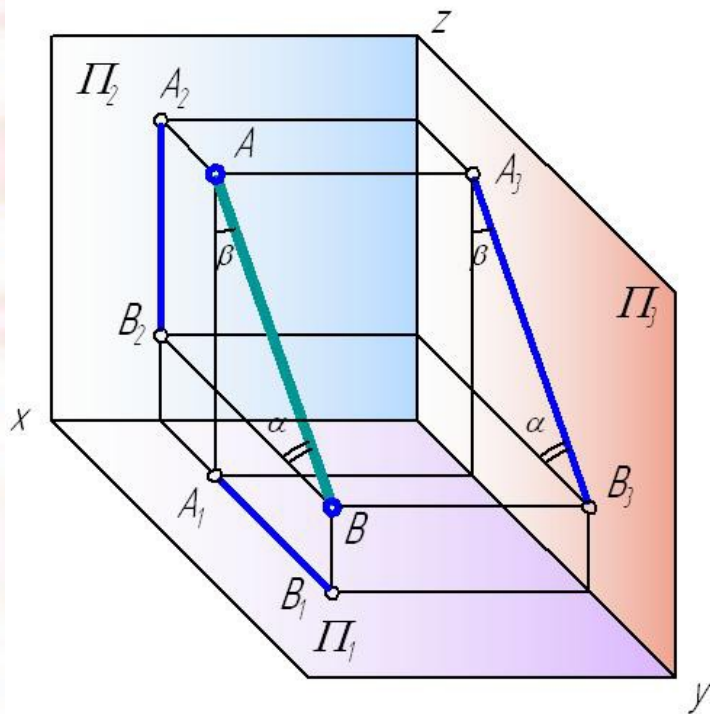
3) $\alpha = |f \wedge \Pi_1| = |f_2 \wedge OX|$

$\gamma = |f \wedge \Pi_3| = |f_2 \wedge OZ|$

Признаки и свойства фронтали:

- На КЧ горизонтальная проекция фронтали располагается параллельно оси Ox .
- На фронтальную плоскость проекций проецируются без искажения отрезки, принадлежащий фронтالي, и углы наклона его к горизонтальной и профильной плоскостям проекций.

Профильная прямая – прямая, параллельная профильной плоскости проекций.



(AB) ∥ Π₃:

1) $A_1B_1, A_2B_2 \perp Ox$

2) $|A_3B_3| = |AB|$

3) $\alpha = |AB \wedge \Pi_1| = |A_3B_3 \wedge Oy|$

$\beta = |AB \wedge \Pi_2| = |A_3B_3 \wedge Oz|$

Признаки и свойства профильной прямой:

- На КЧ горизонтальная и фронтальная проекция профильной прямой располагаются перпендикулярно оси Ox .
- На профильную плоскость проекций проецируются без искажения отрезок, принадлежащий профильной прямой, и углы наклона его к горизонтальной и фронтальной плоскостям проекций.

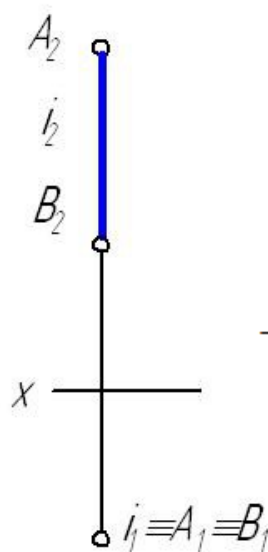
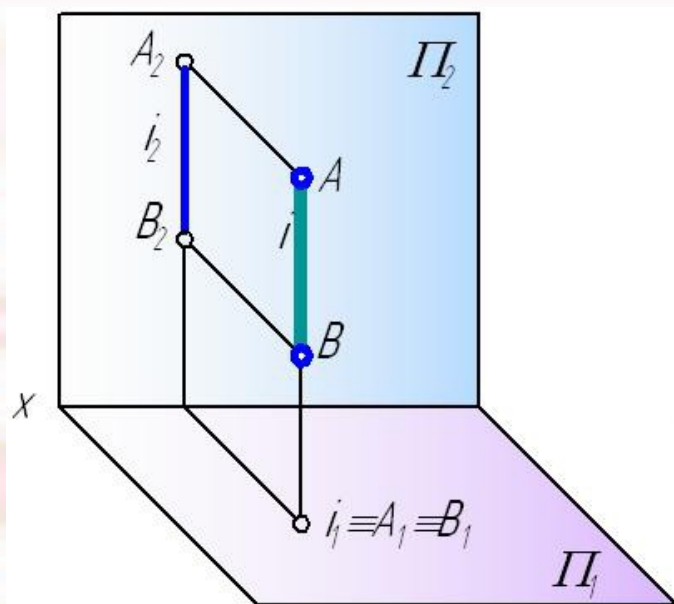
Проецирующие прямые

Прямые, перпендикулярные одной из плоскостей проекций, называются **проецирующими прямыми**.

Проекцией проецирующей прямой на плоскость проекций, к которой она перпендикулярна, является точка (след прямой).

Все точки, принадлежащие проецирующей прямой, проецируются на ее след.

Горизонтально-проецирующая прямая – прямая, перпендикулярная горизонтальной плоскости проекций.



$$i(AB) \perp \Pi_1$$

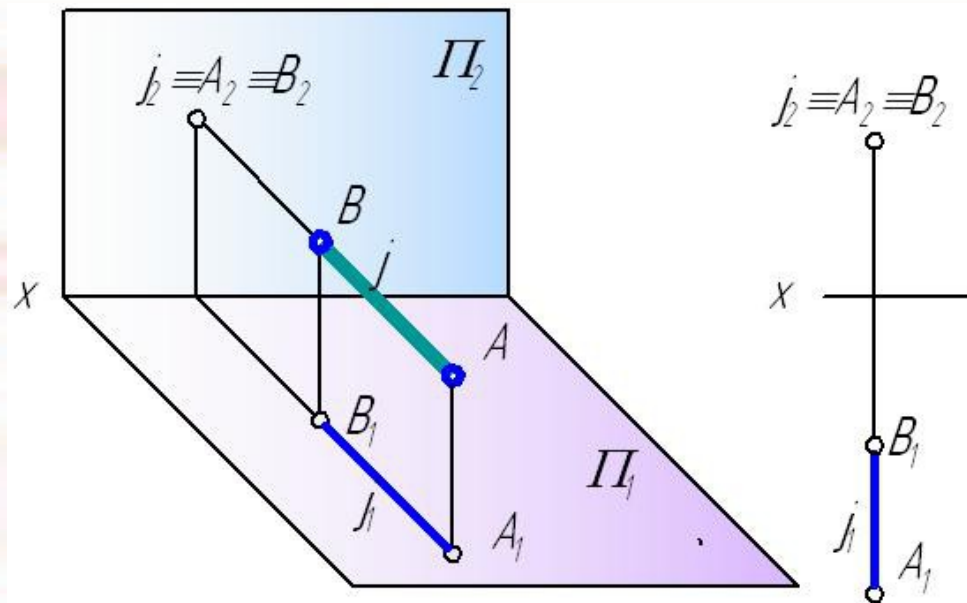
$$1) A_1 \equiv B_1 \equiv i_1$$

$$2) A_2 B_2 \perp OX$$

$$A_3 B_3 \perp OY'$$

$$3) [AB] \parallel \Pi_2 \cup \Pi_3 \Rightarrow |A_2 B_2| = |A_3 B_3| = |AB|$$

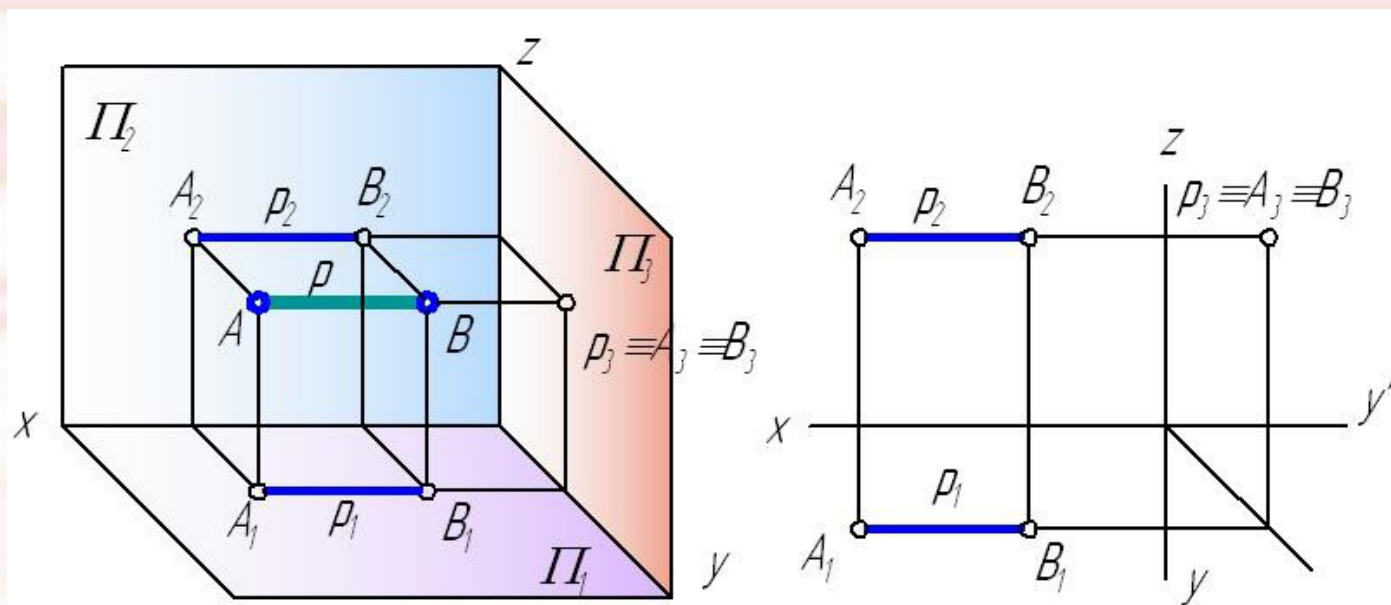
Фронтально-проецирующая прямая – прямая, перпендикулярная фронтальной плоскости проекций.



$j(AB) \perp \Pi_2:$

- 1) $A_2 \equiv B_2 \equiv j_2$
- 2) $A_1B_1 \perp OX$
 $A_3B_3 \perp OZ$
- 3) $[AB] \parallel \Pi_1 \cup \Pi_3 \Rightarrow |A_1B_1| = |A_3B_3| = |AB|$

Профильно-проецирующая прямая – прямая, перпендикулярная профильной плоскости проекций.



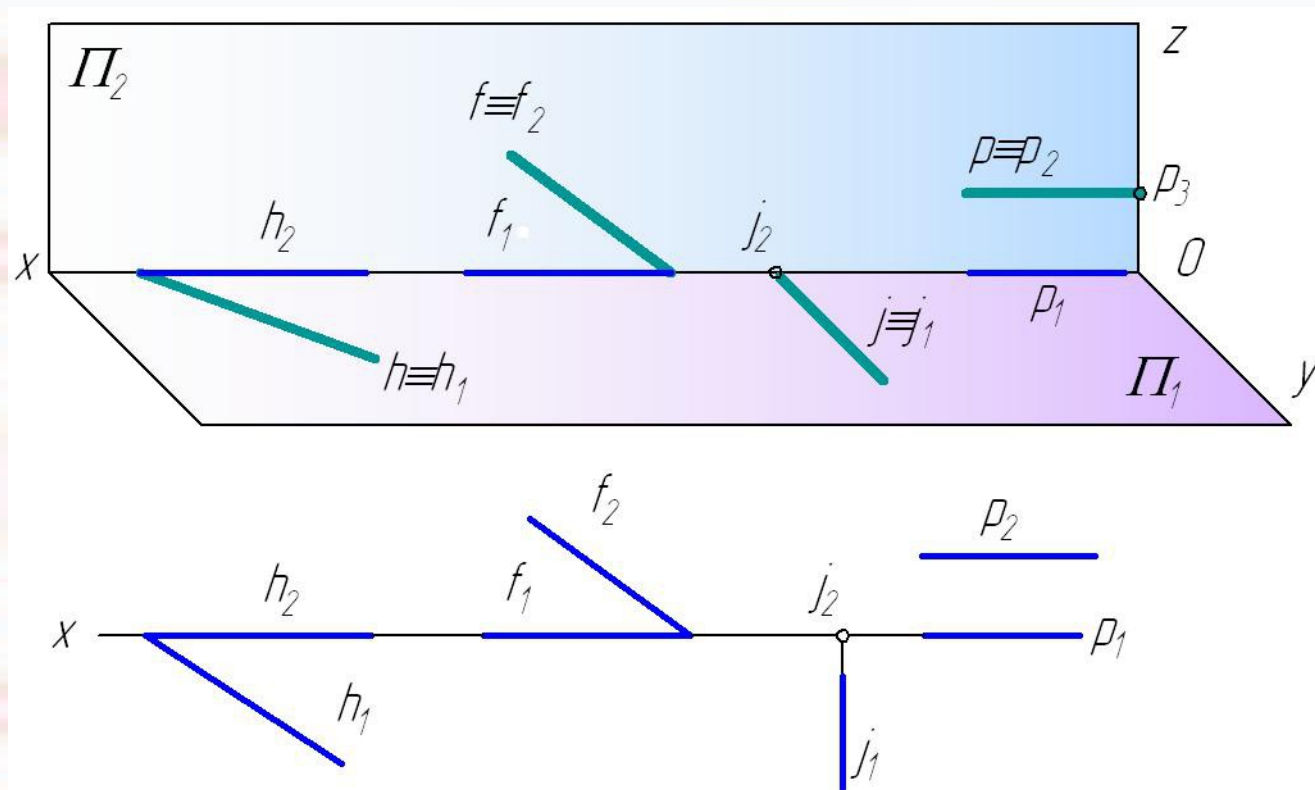
$\rho(AB) \perp \Pi_3$:

1) $A_3 \equiv B_3 \equiv \rho_3$

2) $A_1B_1 \parallel A_2B_2 \parallel OX$

3) $[AB] \parallel \Pi_1 \cup \Pi_2 \Rightarrow |A_1B_1| = |A_2B_2| = |AB|$

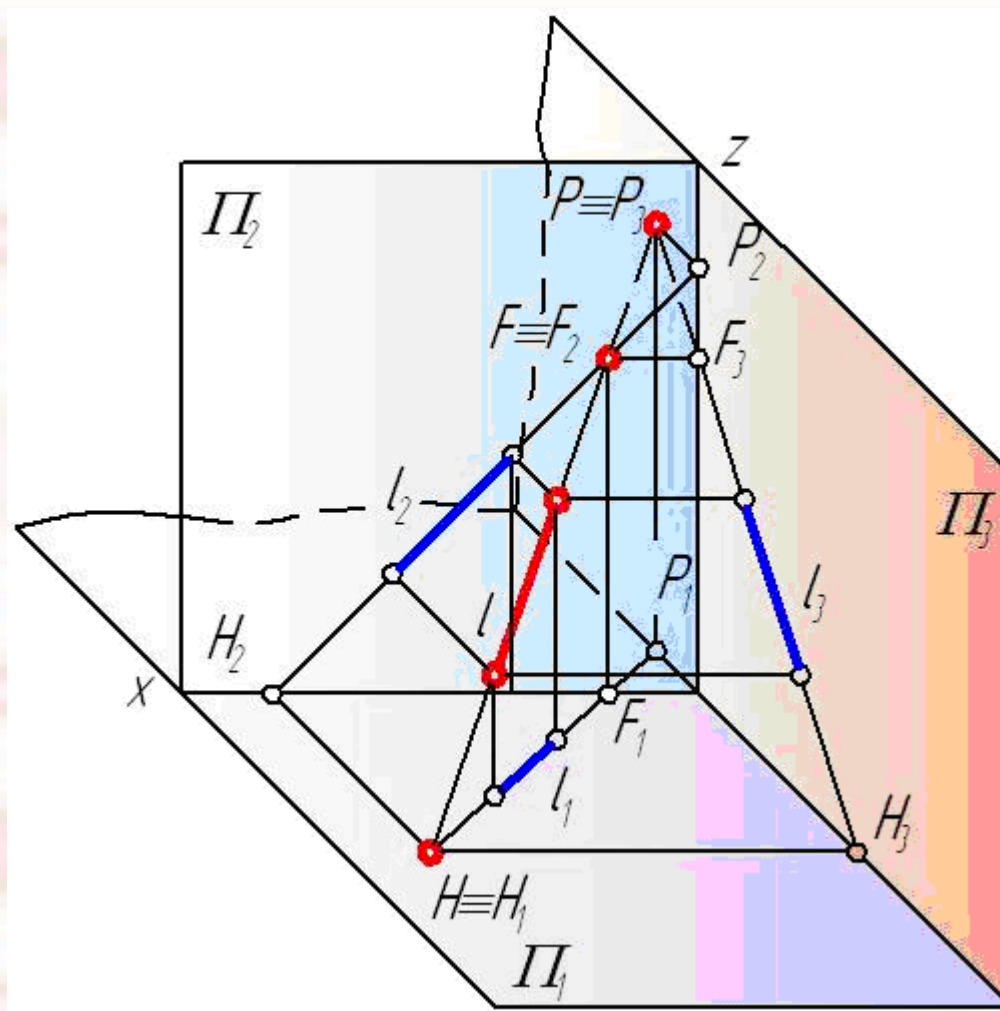
Прямые нулевого уровня



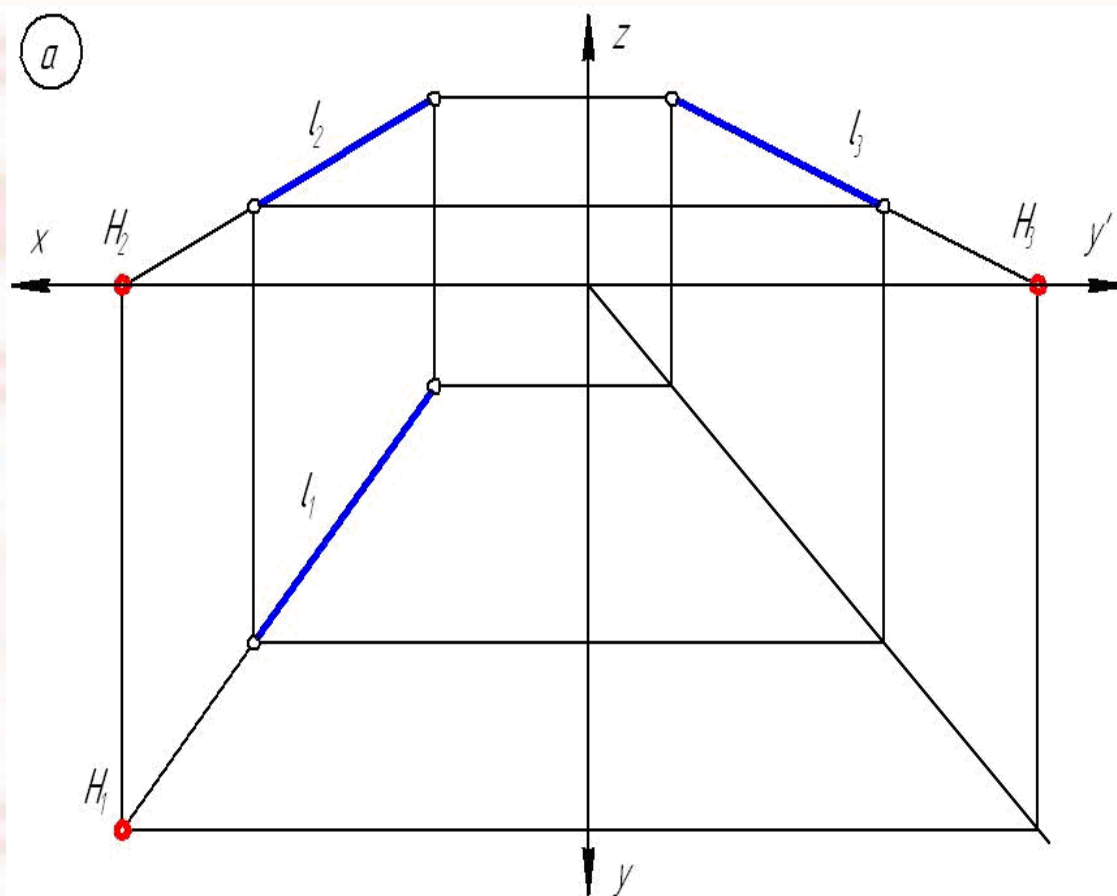
Прямые нулевого уровня — прямые, лежащие в плоскостях проекций.

Следы прямой

Точка пересечения прямой с плоскостью проекций называется **следом прямой**.



Горизонтальный следы прямой линии

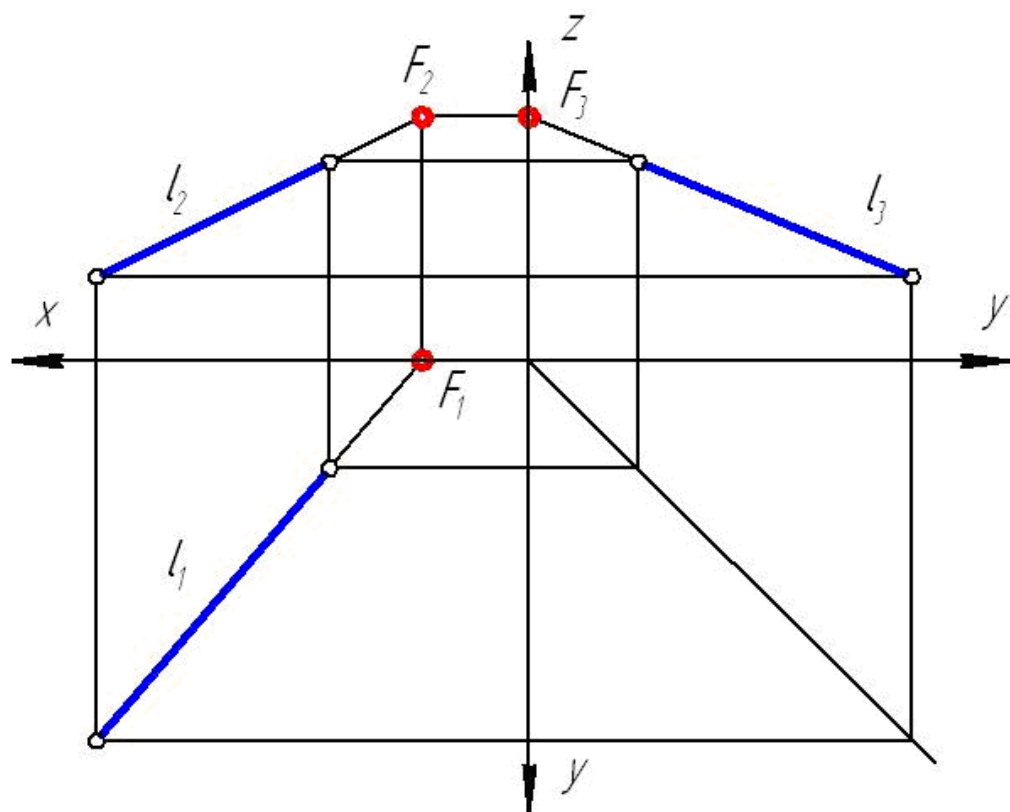


$l \cap \Pi_1 = H$ - горизонтальный след

$$H \in l \Rightarrow \begin{cases} H_1 \in l_1 \\ H_2 \in l_2 \\ H_3 \in l_3 \end{cases} \quad H \in \Pi_1 \Rightarrow H_2 \in O_x$$

Фронтальный следы прямой линии

Ⓓ

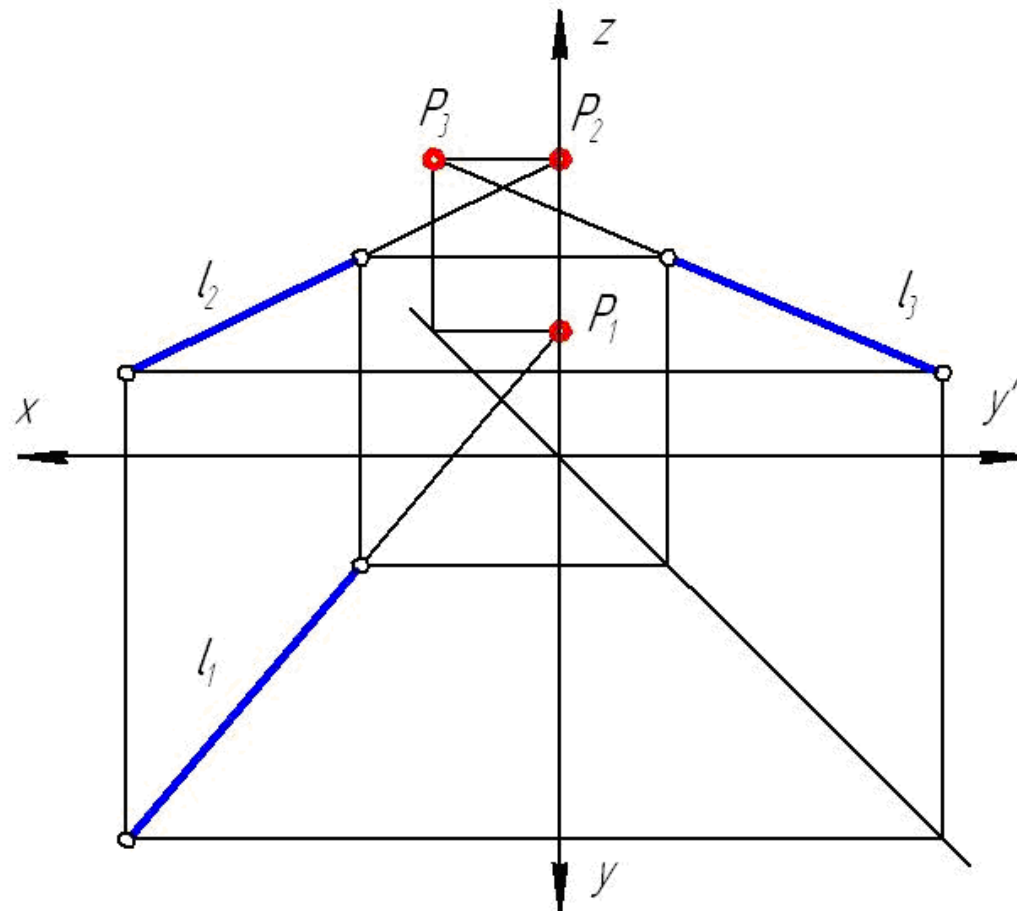


$l \cap \Pi_2 = F$ - фронтальный след

$$F \in l \Rightarrow \begin{cases} F_1 \in l_1 \\ F_2 \in l_2 \\ F_3 \in l_3 \end{cases} \quad F \in \Pi_2 \Rightarrow F_1 \in Oy$$

Профильный следы прямой линии

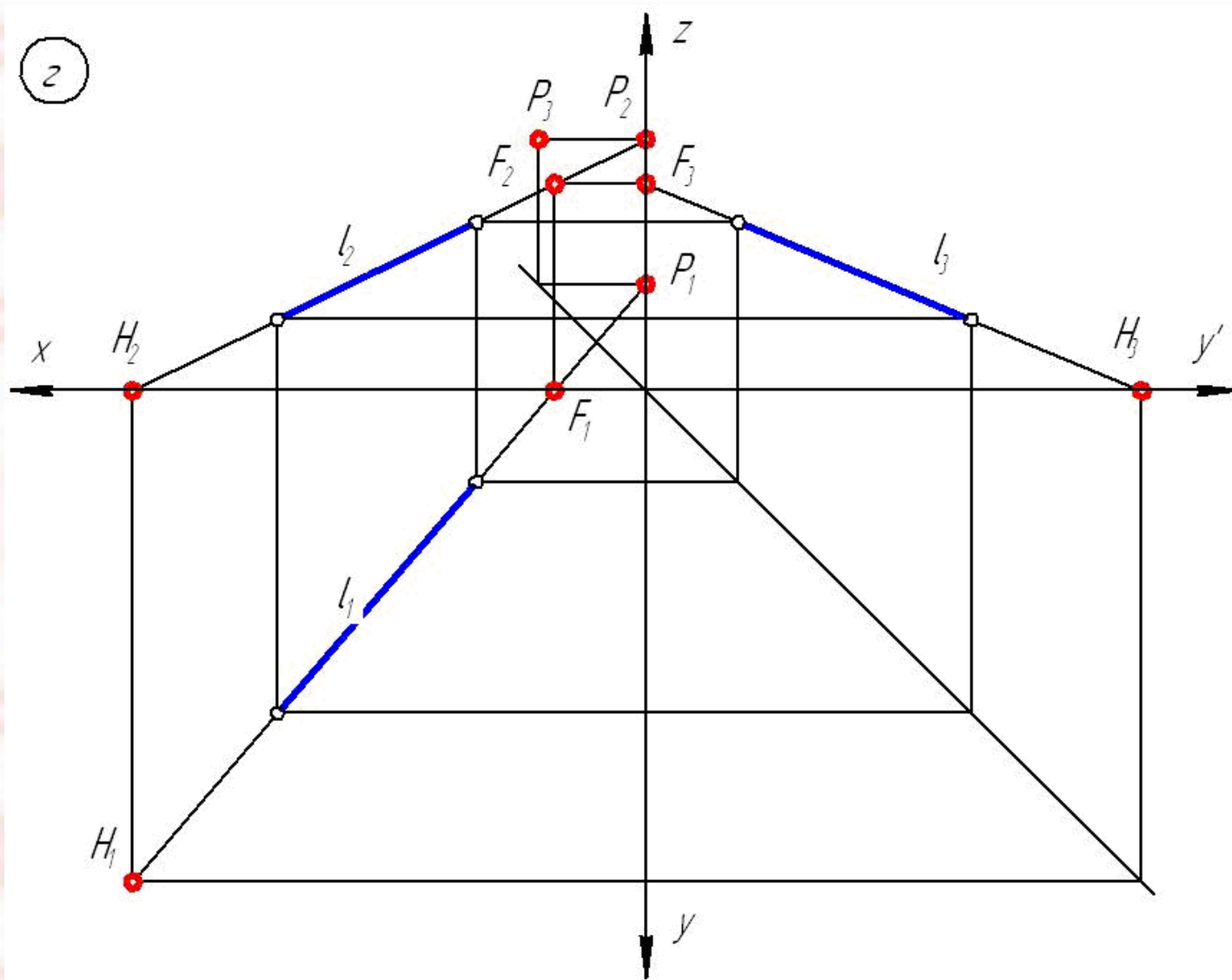
в



$l \cap \Pi_3 = P$ - профильный след

$$P \in l \Rightarrow \begin{cases} P_1 \in l_1 \\ P_2 \in l_2 \\ P_3 \in l_3 \end{cases} \quad P \in \Pi_3 \Rightarrow P_2 \in Oz$$

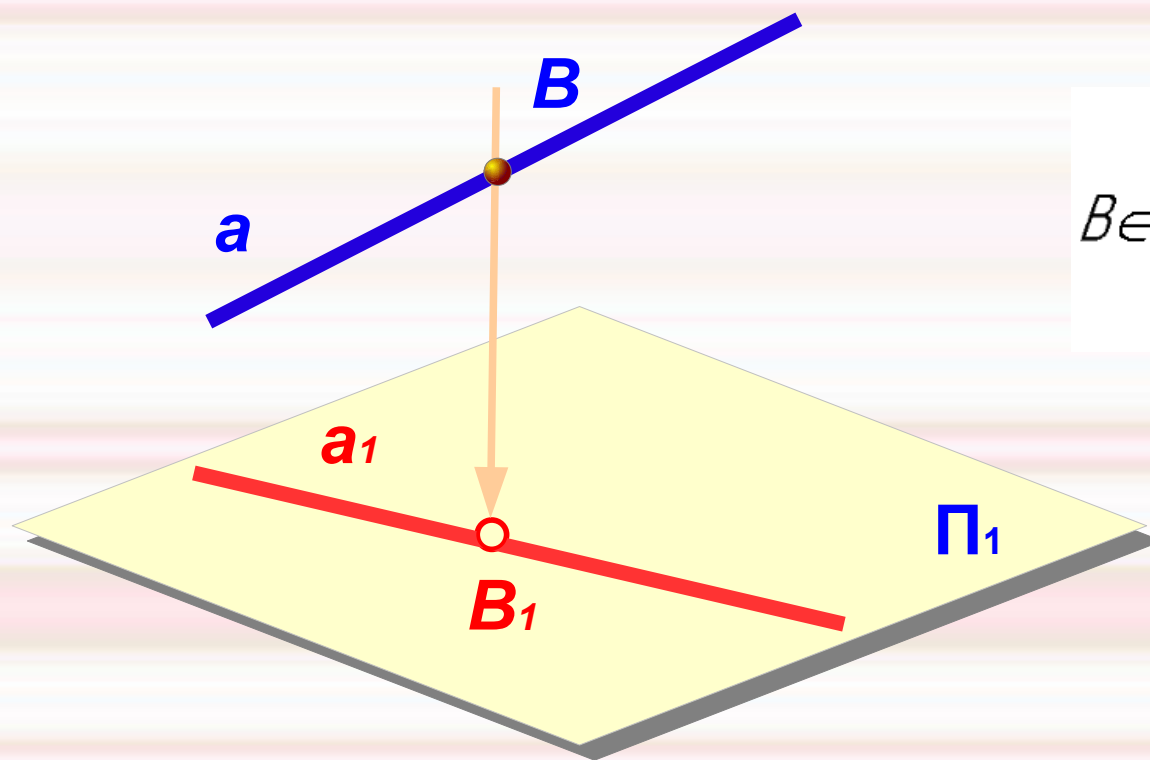
Комплексный чертеж следов прямой линии



Принадлежность точки прямой линии

Основное свойство параллельного проецирования
(признак принадлежности точки прямой):

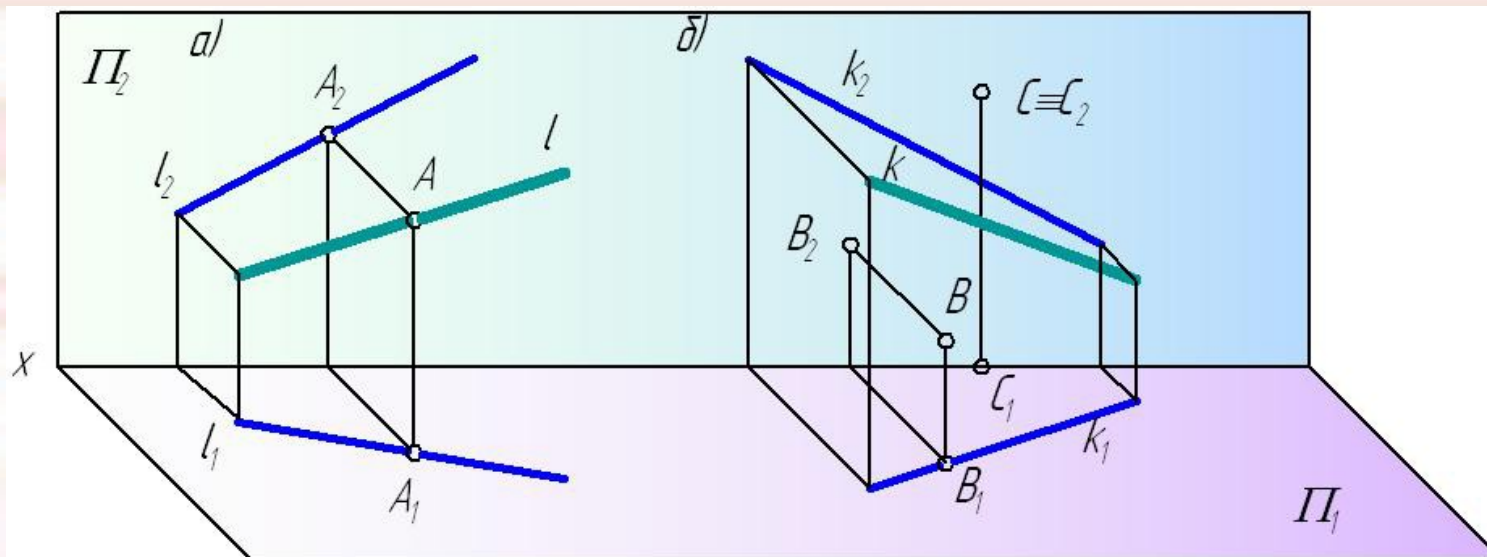
Если точка принадлежит прямой, то проекция этой точки лежит на проекции этой прямой.



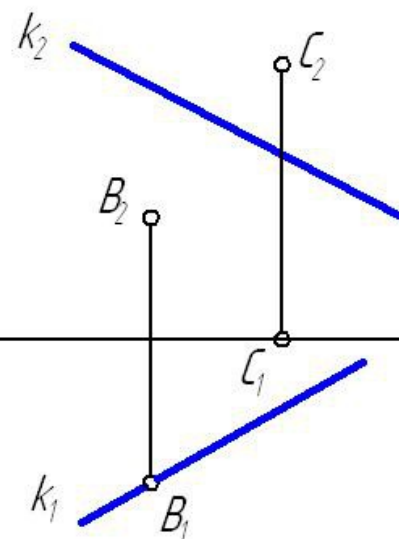
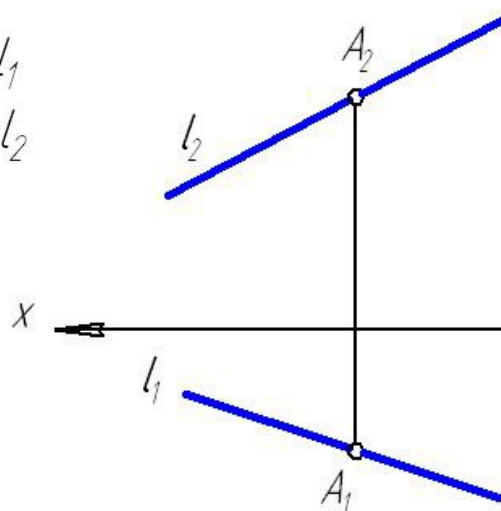
$$B \in a \Rightarrow \begin{cases} B_1 \in a_1 \\ B_2 \in a_2 \\ B_3 \in a_3 \end{cases}$$

Точка может занимать два положения относительно прямой:

- а) принадлежать прямой;
- б) не принадлежать прямой.



$$A \in l \Rightarrow \begin{cases} A_1 \in l_1 \\ A_2 \in l_2 \end{cases}$$



$$\begin{cases} B_1 \in l_1 \\ B_2 \notin l_2 \end{cases} \Rightarrow B \notin l;$$

$$\begin{cases} \zeta_1 \notin l_1 \\ \zeta_2 \notin l_2 \end{cases} \Rightarrow \zeta \notin l$$

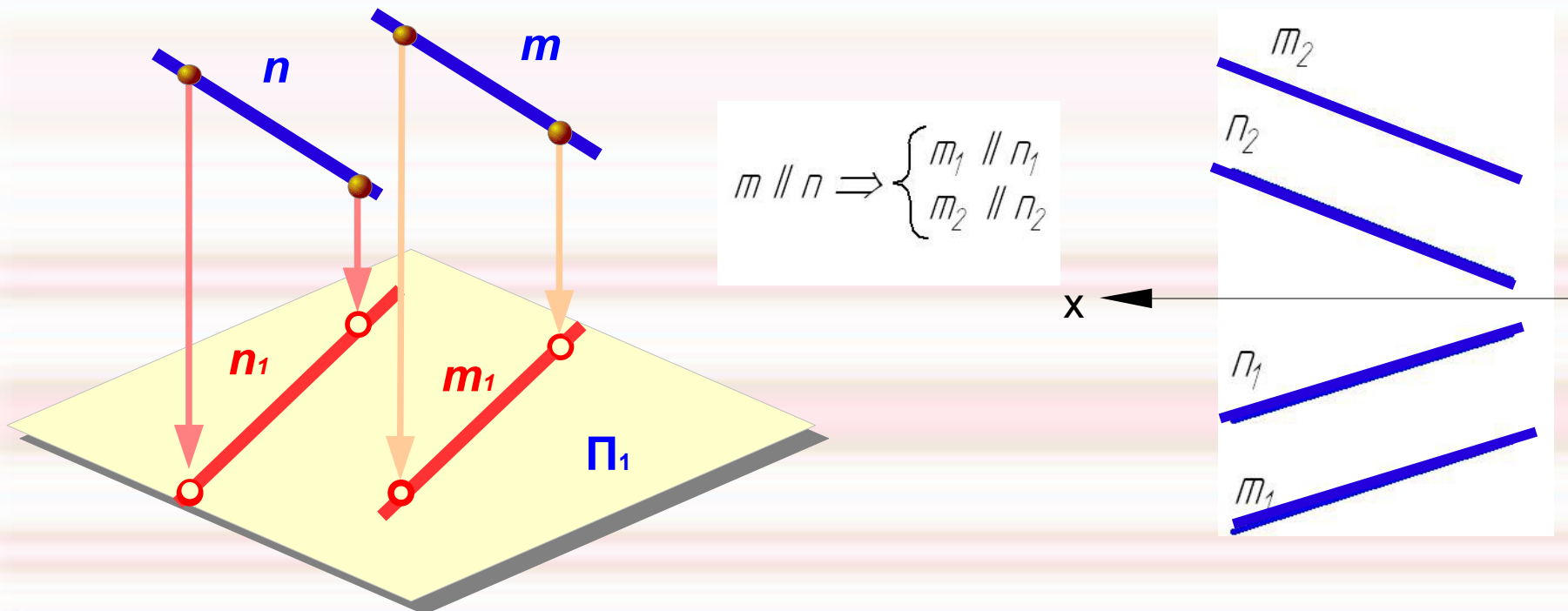
Взаимное положение прямых линий

Прямые могут занимать три положения относительно друг друга:
а) быть параллельными; б) пересекаться; в) скрещиваться.

Параллельные прямые

Параллельными называются прямые, лежащие в одной плоскости, но не имеющие общих точек.

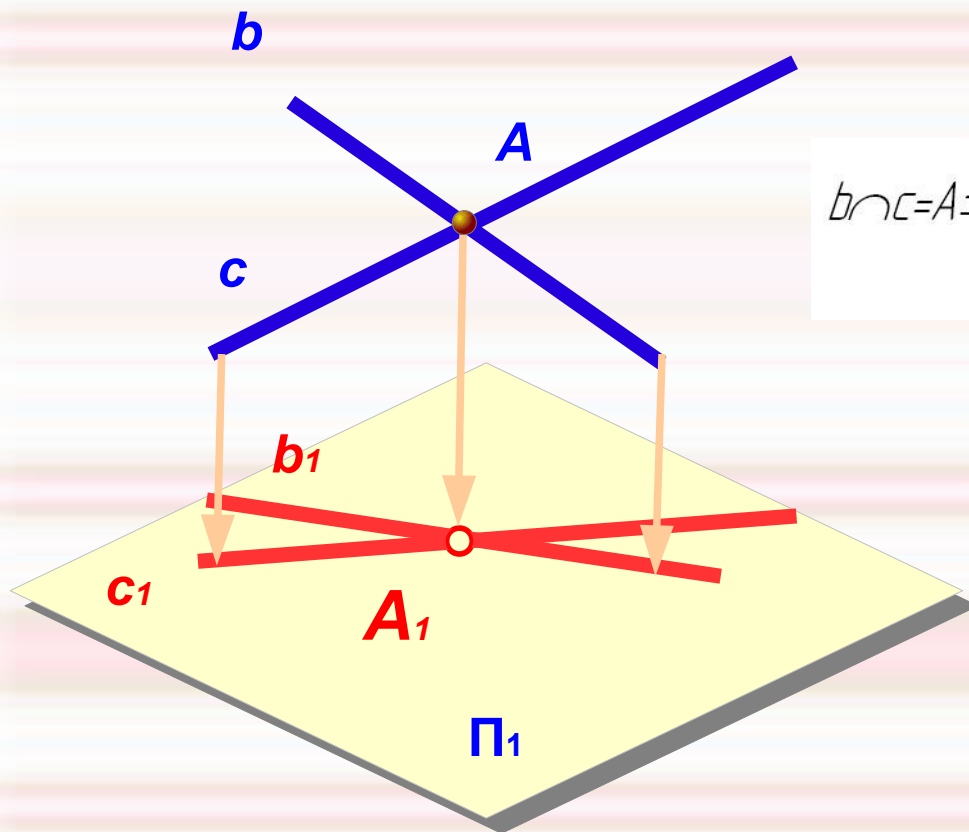
Основное свойство: проекции параллельных прямых параллельны между собой



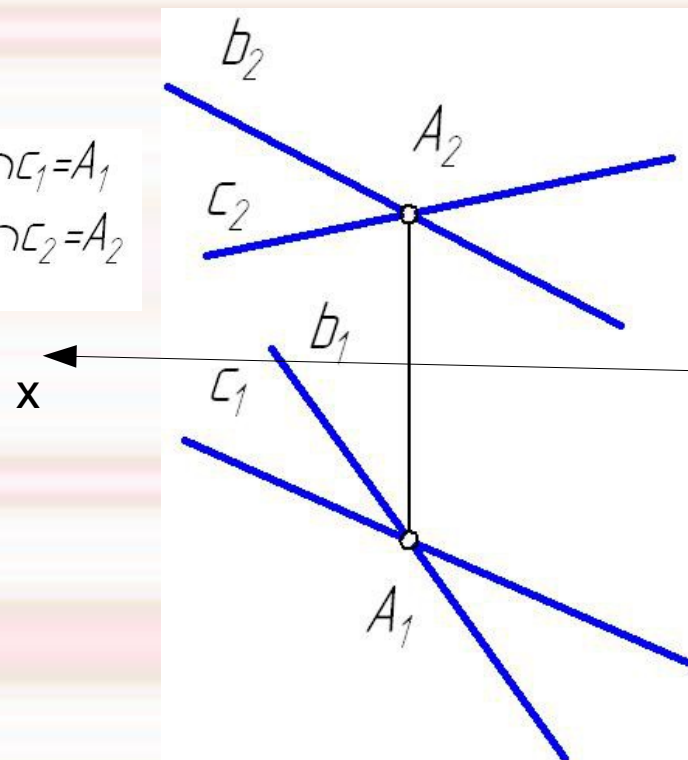
Пересекающиеся прямые

Пересекающимися называются прямые, лежащие в одной плоскости и имеющие одну общую точку.

Основное свойство: проекции пересекающихся прямых пересекаются в проекциях точки пересечения этих прямых.

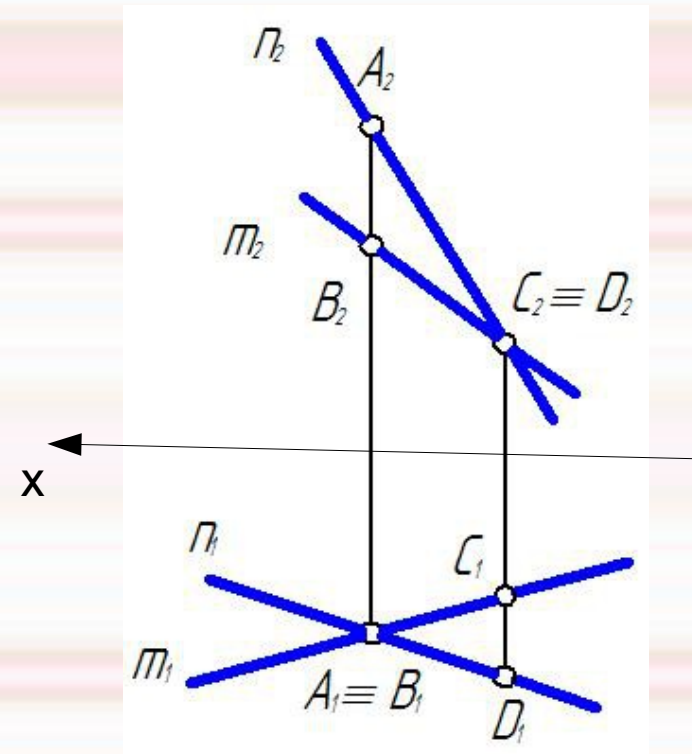
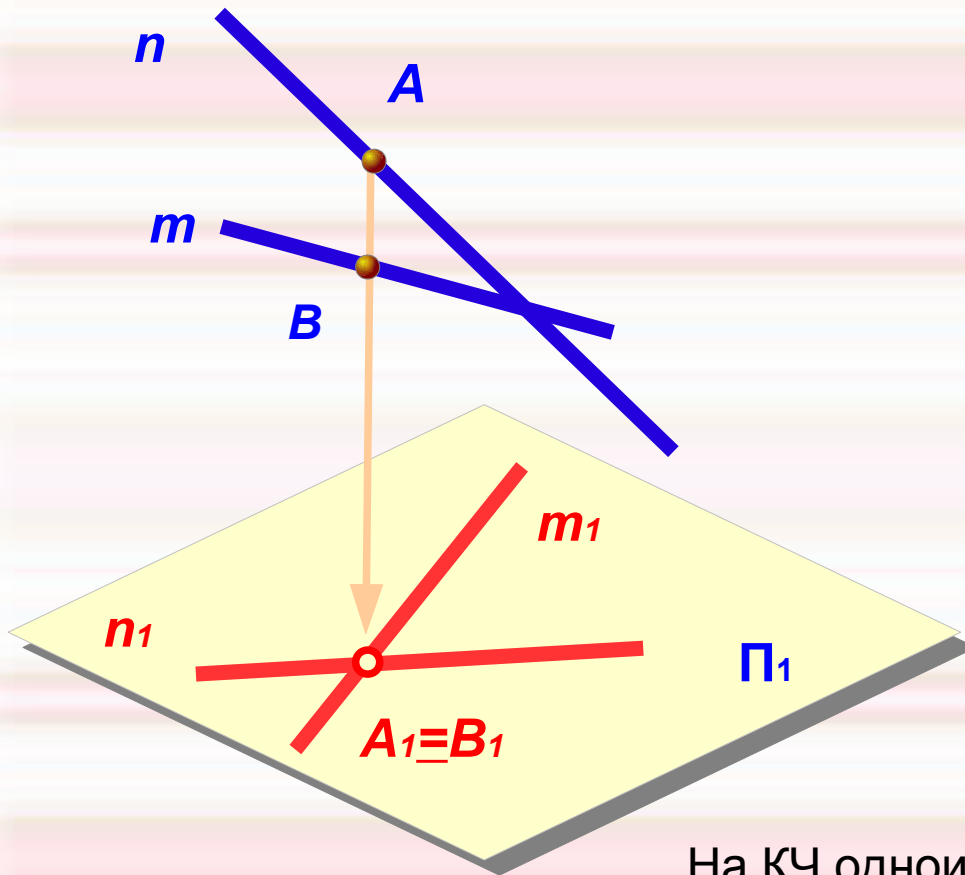


$$b \cap c = A \Rightarrow \begin{cases} b_1 \cap c_1 = A_1 \\ b_2 \cap c_2 = A_2 \end{cases}$$



Скрещивающиеся прямые

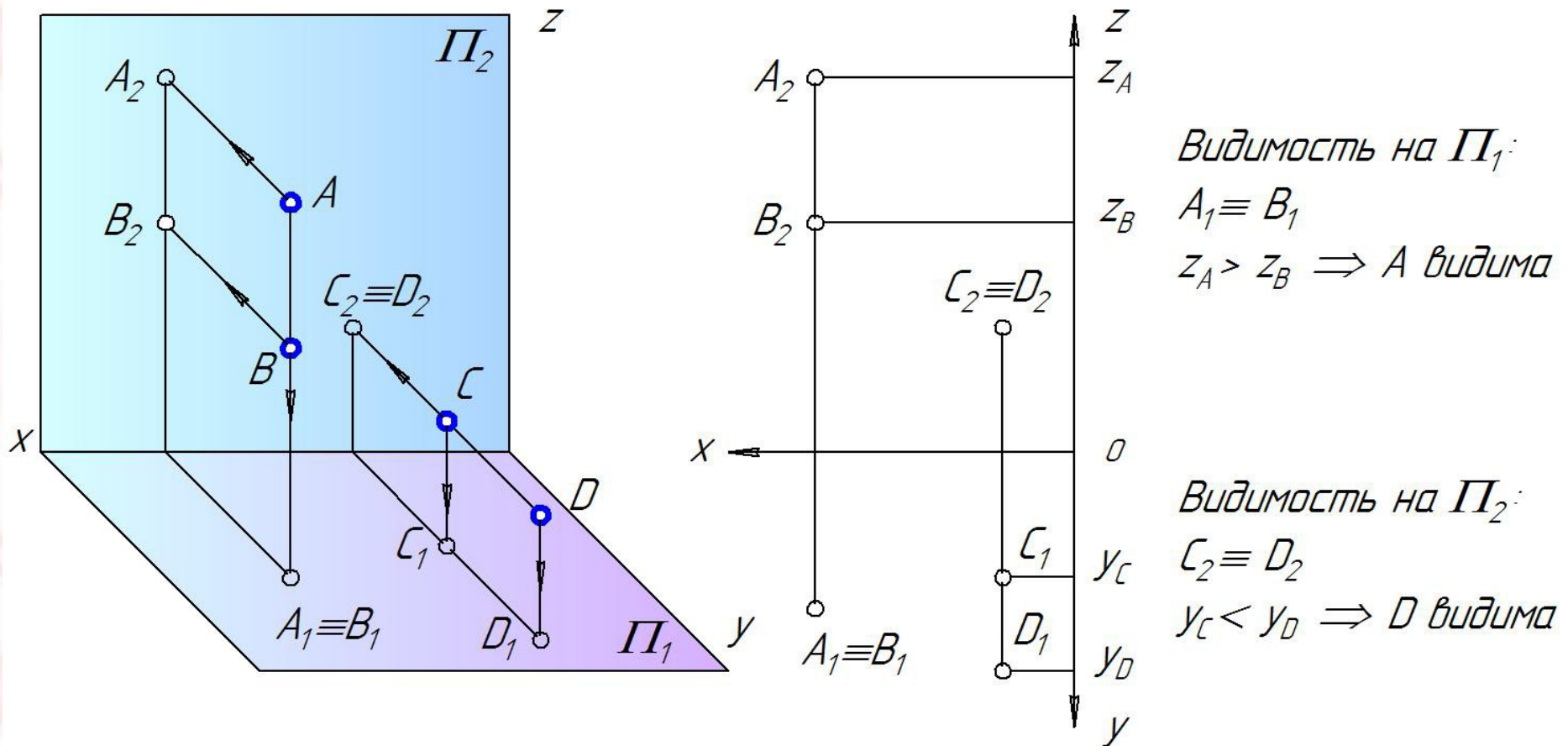
Скрещивающимися называются прямые, лежащие в параллельных плоскостях и не имеющие общих точек.



На КЧ одноименные проекции скрещивающихся прямых могут пересекаться, но точки пересечения не будут лежать на одной линии связи. Такие точки называются **конкурирующими**.

Конкурирующие точки

Конкурирующими в видимости точками называются точки, лежащие на одном проецирующем луче, но принадлежащие разным геометрическим объектам.



Видна та точка, которая располагается дальше от плоскости проекций (имеет большую координату по оси).

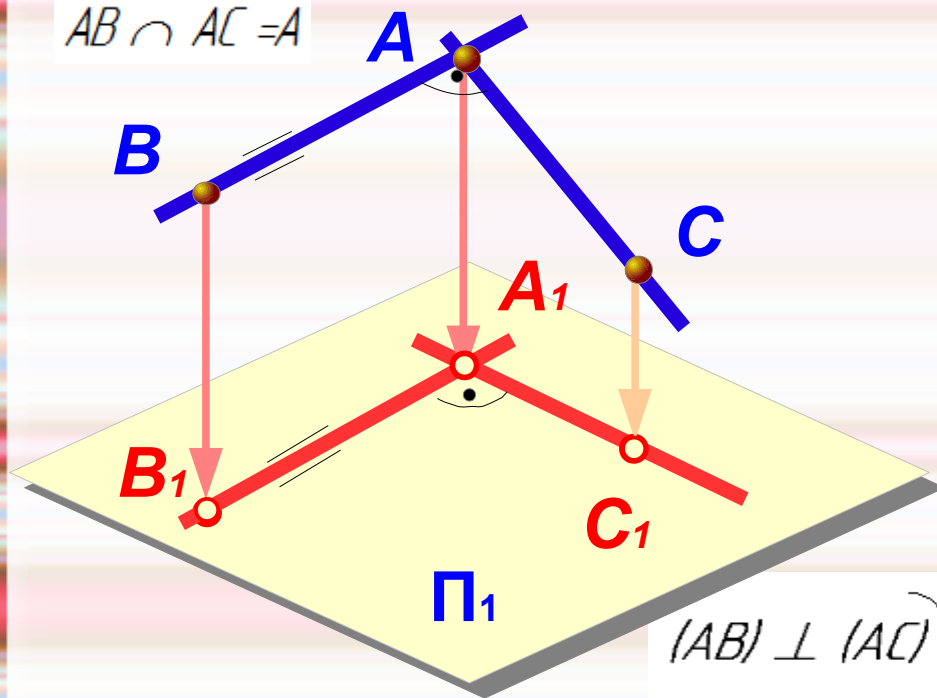
Перпендикулярные прямые. Теорема о проецировании прямого угла

Перпендикулярными могут быть как пересекающиеся, так и скрещивающиеся под прямым углом прямые.

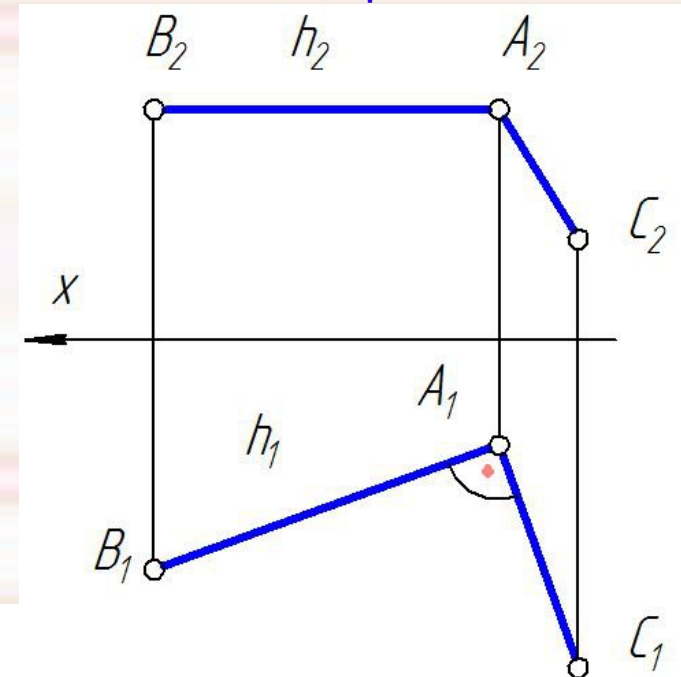
Теорема:

Прямой угол на плоскость проекций проецируется без искажения, если, по крайней мере, один из его лучей параллелен этой плоскости проекций.

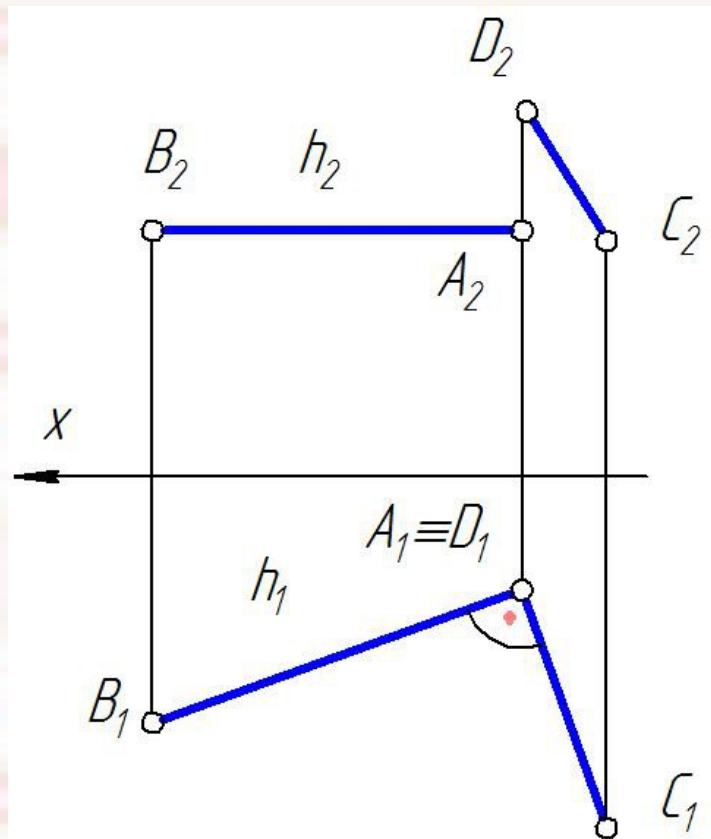
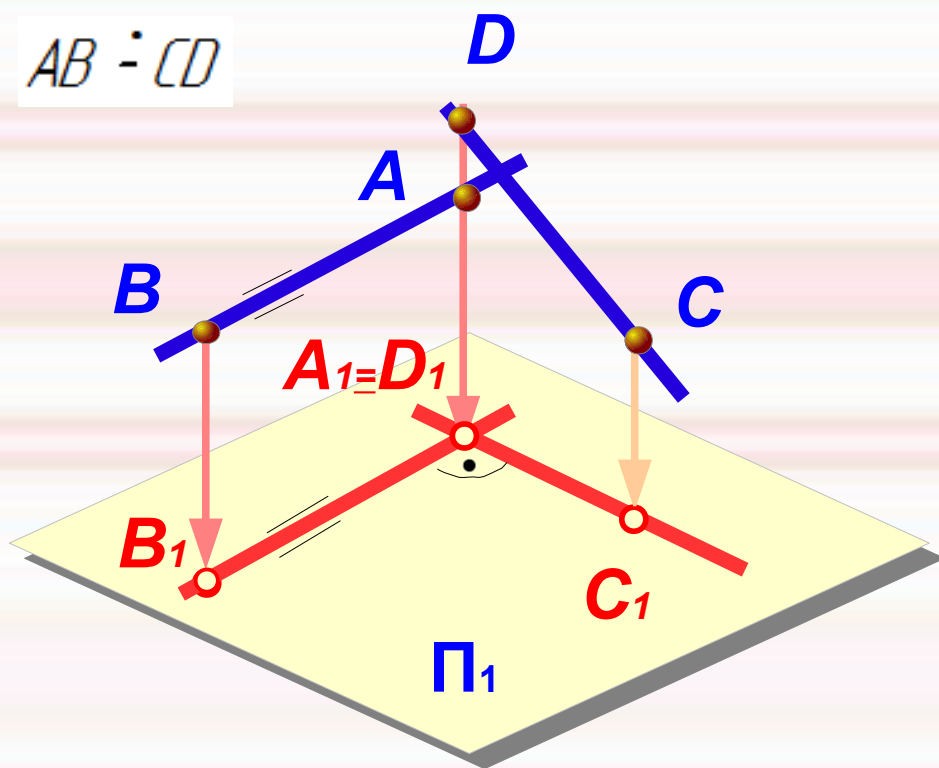
$$AB \cap AC = A$$



$$\left. \begin{array}{l} (AB) \perp (AC) \\ (AB) \parallel \Pi_1 \end{array} \right\} \Rightarrow (A_1B_1) \perp (A_1C_1)$$



$$AB \perp CD$$



$$\left. \begin{array}{l} AB \parallel \Pi_1 \\ AB \perp CD \end{array} \right\} \Rightarrow A_1B_1 \perp C_1D_1$$